|  |  |
| --- | --- |
|  | D:\Dokumen Mocher\desktop\logo UMB.jpg |
|  | **MODUL PERKULIAHAN** |
|  |  |
|  | **PERSAMAAN LINEAR DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR**   * Pengertian persamaan linear * Sistem Persamaan linier * Persamaan linear dengan dua peubah * Persamaan linear dengan tiga peubah * Pengertian pertidaksamaan linear serta penyelesaiannya |
|  |  |
|  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |  |  | |  | |  |
|  | **Fakultas** | | **Program Studi** | **Tatap Muka** | **Kode MK** | | **Disusun Oleh** | |  |
|  | Ilmu Komputer | | Sistem Informasi | **04** | **87005** | | Drs. Sapto Prayogo. M.Kom | |  |
| **Abstract** | | | | **Kompetensi** | |
|  | | | |  | |
| Kalimat terbuka dalam istilah matematika adalah kalimat yang belum diketahui nilai kebenarannya atau kalimat yang masih memuat variabel. Persamaan linier merupakan kalimat matematika dengan pangkat teringgi variabel yang dimuatnya adalah satu. | | | | Mahasiswa mampu memahami dalam mendiskripsikan penyelesaian persamaan linear dan pertidaksamaan linear | |

1. Pengertian persamaan linier

Kalimat terbuka dalam istilah matematika adalah kalimat yang belum diketahui nilai kebenarannya atau kalimat yang masih memuat variabel. Kalimat terbuka yang memuat tanda “sama dengan“ atau “=” disebut persamaan. Persamaan linier merupakan kalimat matematika dengan pangkat teringgi variabel yang dimuatnya adalah satu. Suatu persamaan linear yang mengandung n variabel *x1, x2 ,…,xn* dinyatakan dalam bentuk :

*a1x1* + *a2x2* + … + *anxn* = *b* dimana

*a1, a2, …, an , b* adalah konstanta riil.

Dalam hal ini, variabl yang dimaksud bukan merupakan fungsi trigonometri, fungsi logaritma ataupun fungsi exponensial.

Persamaan linier yang paling sederhana, adalah persamaan linier satu variable ax + b = 0, dimaan a,b adalah konstanta dan a ≠ 0. Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam menyelesaikan persamaan linier satu variabel adalah sebagai berikut.

* 1. Nilai persamaan tidak berubah jika pada ruas kiri dan kanan ditambahkan atau

dikurangkan dengan bilangan negatif atau bilangan positif yang sama.

* 1. Nilai persamaan tidak berubah jika pada ruas kiri dan kanan dikalikan atau dibagi dengan bilangan positif yang sama.

Contoh :

1. 8x – 4 = 6x + 12

8x -4 –(6x+4) = 6x +12 –(6x+4) , masing-masing ruas dikurang (6x+4)

8x-4-6x+4 =6x +12-6x-4

2x =8

½ 2x = ½ 8

x = 4

1. ¼ x – 3 = -x +1

4(¼ x – 3)=4(-x +1)

x -12 = -4x +4

x-12 +(4x+12)= -4x +4 +(4x+12), , masing-masing ruas ditambah (4x+12)

5x = 16

x = 16/5

Contoh :

Suatu perusahaan yang memproduksi barang tertentu dengan harga jual Rp900,00

tiap unit. Biaya tetap yang dikeluarkan Rp200.000,00 dan biaya variabel per unit

barang adalah Rp400,00.

* + 1. Tentukan model persamaan untuk total hasil penjulan dan biaya total.
    2. Tentukan banyaknya unit barang harus dijual ketika terjadi titik pulang pokok.

Jawab:

a. Misalkan banyaknya barang terjual adalah x unit

Total hasil penjualan x unit yang masing-masing unitnya Rp900,00 barang adalah

R = 900x

Biaya tetap = Rp200.000,00

Biaya variabel = Rp400,00

Biaya total produksi Q = 200.000 + 400x

b. Syarat terjadi titik pulang pokok, yaitu R = Q

R = Q

900x = 200.000 + 400x

500x = 200.000

x = 400

Jadi, banyaknya barang yang harus terjual agar terjadi pulang pokok adalah 400 unit.

Definisi :

Sistem persamaan linear adalah himpunan berhingga dari persamaan linear.

Contoh :

* + - * 1. 2x+y = 4 b. x + y + z = -1

x-3y = 1 -x +2y +3z =-3

2x -y +z =-1

Tidak semua sistem persamaaan linear memiliki penyelesaian( solusi ).Sistem persamaan linear yang memiliki tiga kemungkinan penyelesaian yaitu :

* + 1. tidak ada penyelesaian ( tidak konsisten )
    2. ada satu penyelesaian
    3. ada banyak penyelesaian

1. Persamaan linier dengan dua peubah

Persamaan linear dua variabel ialah persamaan yang mengandung dua variabel dimana pangkat/derajat tiap-tiap variabelnya sama dengan satu. Bentuk umum persamaan linier dua variabel :

ax + by = c

x dan y disebut variabel dan c adalah konstanta

Sistem persamaan linear dua variable adalah dua persamaan linear dua variable yang

mempunyai hubungan diantara keduanya dan mempunyai satu penyelesaian.

Bentuk umum :

ax + by = c

px + qy = r

dengan x , y disebut variabel

a, b, p, q disebut keifisien

c , r disebut konstanta

Untuk mencari jawab dari suatu sistem persamaan linier dapat dilakukan dengan cara

* + - * 1. Eliminasi
        2. Subtitusi
        3. Grafik
        4. Operasi baris elementer

Contoh :

Tentukan jawab sistem persamaan x + 2y = 8 (I) dan 2x – y = 6 (II)

1. Eliminasi

x + 2y = 8 (x2)

2x – y = 6

-----------------------(-)

5y =10 (1/5)

y =2

Subtitusi nilai y ke salah satu persamaan

x+2(2)=8 ⇔ x=4

Jawab sistem persamaan tersebut adalah x = 4 dan y = 2.

Himpunan penyelesaiannya : HP = {4, 2}

1. Subtitusi

Ambil persamaan pertama yang akan disubstitusikan yaitu x + 2y = 8 (I)

Kemudian rubah persamaan tersebut menjadi x = 8 – 2y (III),

Subtitusi persamaan (III) ke (II)

2 (8 – 2y) – y = 6 ; (x persamaan kedua menjadi x = 8 – 2y)

16 – 4y – y = 6

16 – 5y = 6 ⇔ -5y = 6 – 16

-5y = -10 ⇔ 5y = 10

y = 2

subtitusi nilai y=2 ke dalam salah satu persamaan :

x + 2y = 8 ⇔ x + 2. 2. = 8

x + 4 = 8 ⇔ x = 8 – 4

x = 4

Jawab sistem persamaan tersebut adalah x = 4 dan y = 2.

Himpunan penyelesaiannya : HP = {4, 2}

1. Grafik

x + 2y = 8 ⇔ y = - ½ x + 4

2x – y = 6 ⇔ y = 2x -6

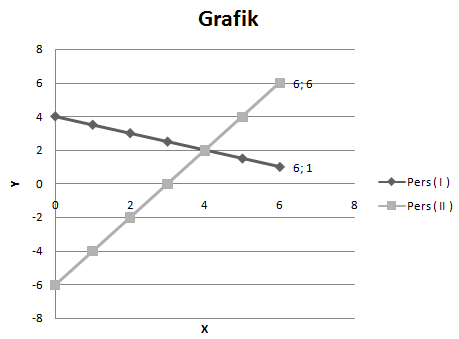
Tabel fungsi (I)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | 4 | 3,5 | 3 | 2,5 | 2 | 1,5 | 1 |

Tabel fungsi (II)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 |

Grafik fungsi



1. Persamaan linier dengan tiga variabel

Persamaan linear dua variabel ialah persamaan yang mengandung tiga variabel, dengan bentuk umum :

ax + by + cz = d

x dan y disebut variabel dan d adalah konstanta

Sistem persamaan linear dua variable adalah dua persamaan linear tiga variable yang

mempunyai hubungan diantara keduanya dan mempunyai satu penyelesaian.

Bentuk umum :

a1x + b1y + c1z = d1

a2x + b2y + c2z = d2

a3x + b3y + c3z = d3

dengan x , y disebut variabel

a, b, p, q disebut keifisien

c , r disebut konstanta

Pada sistem persamaan linear yang menggunakan banyak variabel, maka hal pertama yang dapat digunakan untuk menyederhanakan permasalahan adalah dengan mengubah sistem persamaan linear yang ada ke dalam bentuk matriks. Suatu persamaan linear biasanya juga tidak didapatkan secara langsung tetapi melalui penyederhanaan dari permasalahan yang terjadi dalam kehidupan sehari – hari. Setelah diubah ke bentuk matriks, maka matriks tersebut diubah ke bentuk matriks dalam bentuk eselon baris tereduksi untuk mendapatkan penyelesaian dari SPL. Prosedur untuk mendapatkan matriks eselon baris tereduksi biasa disebut sebagai *eliminasi Gauss– Jordan .* Pada proses eliminasi tersebut operasi – operasi yang digunakan disebut *operasi baris elementer*. Dalam operasi baris elementer ini ada beberapa operasi yang dapat digunakan , yaitu :

a. Mengalikan suatu baris dengan konstanta tak nol

b. Mempertukarkan dua buah baris

c. Menambahkan kelipatan suatu baris ke baris lainnya.

Contoh :

Tentukan jawab sistem persamaan linier

x + 2y + 3z = 1

2x + 5y + 3z = 6

x + 8z = –6

Jawab :

Tulis sistem persamaan linier diatas ke bentuk matrik.

A b

Rubah ke bentuk augmented matrik

=

Lakukan operasi baris elementer untuk matrik A menjadi matrik segitiga bawah :

= b2-2b1 ( baris ke dua dikurangi 2x baris pertama )

= b3-b1 ( baris ke tiga dikurang baris pertama )

= b3+2b2 ( baris ke tiga dikurangi baris pertama )

Dengan menulis kembali matrik diatas ke bentuk sistem persamaan linier :

x + 2y + 3z = 1 ( 1 )

y - 3z = 4 ( 2 )

z = 2 ( 3)

Subtitusi nilai z = 2 ke persamaan (2)

Y – 3(2) = 4 y = 10

Subtitusi nilai z=2 dan y =10 ke persamaan (1)

x – 2(10) + 3(2) = 1 ⇔ x -14 = 1

Solusi sistem persamaan linier diatas : x=15, y=10,z=2

1. Pengertian pertidaksamaan linier

Bentuk umum pertidaksamaan linier satu variabel dinyatakan dengan :

ax + b (R) 0;

a , b ∈ Riil dan (R) = salah satu relasi pertidaksamaan.

Menentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan linier hampir sama dengan menyelesaikan persamaan linier satu variabel. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan biasanya juga dituliskan dalam bentuk interval atau selang. Beberapa bentuk atau jenis interval disajikan sebagai berikut.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Notasi | Interval | Pertidaksamaan | Grafik |
|  | | | |

Tanda pada batas interval berarti batas tersebut termasuk dalam interval. Sedangkan

tanda pada batas interval berarti batas tersebut tidak termasuk dalam interval.

Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam menyelesaikan pertidaksamaan adalah

sebagai berikut.

1. Tanda pertidaksamaan tidak berubah arah jika pada ruas kiri dan kanan ditambahkan atau dikurangkan dengan bilangan negatif atau bilangan positif yang sama (sifat 1).
2. Tanda pertidaksamaan tidak berubah arah jika pada ruas kiri dan kanan dikalikan

atau dibagi dengan bilangan positif yang sama (sifat 2).

1. Tanda pertidaksamaan berubah arah atau dibalik jika pada ruas kiri dan kanan

dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama (sifat 3).

Contoh :

5x > 4x + 9

5x – 4x > 4x + 9 – 4x (sifat 1)

x > 9

Jadi, himpunan penyelesaian adalah { x | x > 9}

dengan garis bilangan



Contoh :

15x + 2 ≤ 12x + 11

15x – 12x ≤ 11 – 2

3x < 9

(1/3) 3x ≤ (1/3) 9

x < 3 Jadi, himpunan penyelesaian adalah {x | x ≤ 3}

dengan garis bilangannya



Contoh :

x + 4 ≤ 5x + 3 ≤ 2x + 10

(untuk menyelesaikan pertidaksamaan di atas, pisahkan menjadi dua pertidaksamaan. Setelah itu, cari irisannya dari HP kedua pertidaksamaan tersebut).

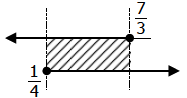
x + 4 ≤ 5x + 3 ≤ 2x + 10 dipisahkan menjadi

x + 4 ≤ 5x + 3 dan 5x + 3 ≤ 2x + 10

x – 5x < 3 – 4 dan 5x – 2x < 10 – 3

- 4x ≤ -1 dan 3x ≤ 7

x≥1/4 x≤7/3

Grafik irisan himpunan 

Jadi, himpunan penyelesaian adalah **{ x |1/4 ≤ x ≤ 7/3**}

Contoh :

Suatu perusahaan mainan memproduksi mainan anak-anak dengan biaya Rp3.500,00 tiap unit dan biaya operasional produksi Rp100.000,00. Jika mainan akan dijual Rp5.000,00, tentukan banyaknya mainan yang harus diproduksi agar untung paling sedikit Rp75.000,00.

Jawab:

Misalkan banyaknya mainan yang diproduksi sebanyak x

Biaya total yang dikeluarkan = 3.500x + 100.000

Pendapatan total yang diperoleh = 5.000x

Untung = Pendapatan total – Biaya total

= 5.000x – (3.500 x + 100.000)

= 5.000x – 3.500 x – 100.000

= 1.500x – 100.000

Untung paling sedikit Rp75.000,00

Jadi, untung > 75.000

1.500x – 100.000 > 75.000

1.500x > 75.000 + 100.000

1.500x > 175.000

x > 116,67

Jadi, supaya untung lebih dari Rp75.000,00 harus terjual 117 buah mainan anak-anak.

Soal :

1. Tentukan nilai x persamaan berikut
2. 2x + 1 = 27
3. 5x + 9 = 4x – 8
4. Tentukanlah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan di bawah ini dan lukis garis bilangannya.
5. 5(x – 2) ≤ 6x + 10
6. 2x -3 > x -5
7. 2x – 7 < 5x + 2 ≤ 2x + 20
8. Suatu perusahaan memproduksi kopiah dengan biaya Rp6.000,00 tiap unit, dan biaya operasional produksi Rp500.000,00. Kopiah akan dijual Rp10.000,00. Tentukan banyaknya kopiah yang diproduksi agar laba paling sedikit Rp1.000.000,00
9. Tentukan solusi sistem persamaan linier berikut :

x + y - z = 7

2x -y + 2z = 4

x + y+ 8z = –6

# Daftar Pustaka

1. Cipta Science Team. 1997. *Rangkuman Matematika Untuk Siswa SMU*. Yustadi, Indonesia
2. Palouras, J.D. dan Gunawan, W. 1987. *Peubah kompleks untuk Ilmuan dan Insinyur*. Erlangga. Jakarta
3. Stroud, K.A. dan Edwin, S. 1989. *Matematika Untuk Teknik.* Ed. Ke-3. Erlangga Jakarta.
4. Tampomas, H. 1999 *Seribu Pena Matematika SMU Kelas 3.* Erlangga, Jakarta